

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳ / ۱۰ / ۱۳۸۸	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۹ - ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, -2 \leq \frac{x}{2} - 1 < 2 \right\}$ و $B = [0, 7)$ باشند، حاصل $A \cap B$ را روی محور نمایش دهید.	۱
۲	در تابع $f(x) = x^2 + ax + b$ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که نمودار تابع محور طول‌ها را در نقطه‌ی 2 قطع کرده و داشته باشیم: $f(-2) = 6$	۱
۳	دو تابع $f(x) = x^2 - 9$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ مفروض اند، الف) ضابطه‌ی تابع $g \circ f$ و دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف تعیین کنید. ب) حاصل $(f+g)(1)$ را به دست آورید.	۱/۷۵
۴	از بین گزینه‌های زیر، مواردی را که برای وجود حد یک تابع در نقطه‌ی x_0 لازم است، مشخص کنید. الف) تابع در بازه‌ی باز شامل x_0 تعریف شده باشد مگر احتمالاً در خود x_0 . ب) تابع در نقطه‌ی x_0 تعریف شده باشد. ج) حد چپ و حد راست تابع در نقطه‌ی x_0 با هم برابر باشند. د) تابع در نقطه‌ی x_0 پیوسته باشد.	۰/۵
۵	حد توابع زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x+2}{3x^2+4} \times \frac{ x+2 }{2x} \right)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 12}{x^2 - x + 2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x \sin 3x}{5x^2}$ د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{x^2 + x + 5}}{x^2 + \sqrt[3]{3x + 1}}$ ه) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{1+x}{(x-5)^4}$	۴/۷۵
۶	اگر به ازای هر x داشته باشیم $1 + \cos x \leq f(x) \leq 2 + 3x^2$ ، آن گاه $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)}$ را به دست آورید.	۱/۲۵
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳ / ۱۰ / ۱۳۸۸	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۹ - ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۷	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع $g(x) = \begin{cases} 3+ax^2 & x > 2 \\ x+5 & x = 2 \\ b[x]-1 & x < 2 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 2$ پیوسته باشد.	۱/۵
۸	فاصله‌ی پیوستگی تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 9x}$ را مشخص کنید.	۰/۷۵
۹	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = (5x-1)(7-x^2)$ ب) $g(x) = \frac{2x+3}{x^2-7x+5}$ ج) $h(x) = \cos^x x + \sqrt{x^3+1}$	۲/۲۵
۱۰	متحرکی که بر محور x ها در حرکت است دارای معادله‌ی $x = t^2 - 2t - 1$ است، سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t = 1$ تا $t = 4$ به دست آورید.	۱
۱۱	طول نقاط ماکسیمم و مینیمم تابع $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ را به کمک مشتق دوم تابع تعیین کنید.	۱/۵
۱۲	معادله‌ی خط مماس بر منحنی $y = x^2 - 3x + 1$ را در نقطه‌ی عطف منحنی بنویسید.	۱/۲۵
۱۳	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = -x^2 + 2x + 3$ را رسم کنید.	۱/۵
	«موفق باشید»	جمع نمره
		۲۰

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳ / ۱۰ / ۱۳۸۸
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۹ - ۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://acc.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$-2 \leq \frac{x}{2} - 1 < 2 \Rightarrow -4 \leq x - 2 < 4 \Rightarrow -2 \leq x < 6$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $A \cap B: \begin{array}{c} \bullet \text{-----} \circ \\ \qquad \qquad \qquad \\ 0 \qquad \qquad \qquad 6 \end{array}$ <p style="text-align: right;">(۰/۵)</p>	۱
۲	$(2, 0) \in \text{سهمی} \Rightarrow 0 = 4 + 2a + b \Rightarrow 2a + b = -4$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> $(-2, 6) \in \text{سهمی} \Rightarrow 6 = 4 - 2a + b \Rightarrow -2a + b = 2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}, b = -1$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱
۳	$(\text{gof})(x) = g(f(x)) = g(x^2 - 9) = \frac{1}{x^2 - 9}$ (۰/۲۵) $D_g = \mathbb{R} - \{0\}$ (۰/۲۵) $D_f = \mathbb{R}$ (۰/۲۵) $D_{\text{gof}} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 - 9 \in \mathbb{R} - \{0\}\} = \mathbb{R} - \{\pm 3\}$ (۰/۲۵) <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> ب) $(f+g)(1) = f(1) + g(1) = \frac{-1}{1} + \frac{1}{1} = -2$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱/۷۵
۴	<p style="text-align: right;">الف (۰/۲۵) و ج (۰/۲۵)</p>	۰/۵
۵	الف) $\text{جواب حد} = \frac{-1+2}{3+4} \times \frac{ 2 }{-2} = \frac{1}{7}(-1) = -\frac{1}{7}$ (۰/۲۵) <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> ب) $\text{جواب حد} = \frac{12-12}{4-2+2} = \frac{0}{4} = 0$ (۰/۵) <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> ج) $\frac{0}{0} \Rightarrow$ رفع ابهام $= \frac{1}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = \frac{1}{5} \times 2 \times 3 = \frac{6}{5}$ (۰/۲۵) <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> د) $\frac{\infty}{\infty} \Rightarrow$ رفع ابهام $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + x }{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x} = 0$ (۰/۲۵) <p style="text-align: center;">(۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> هـ) $\text{جواب حد} = \frac{+6}{0^+} = +\infty$ (۰/۲۵) <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	۴/۷۵
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»	

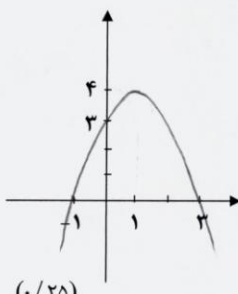
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳ / ۱۰ / ۱۳۸۸
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۹ - ۱۳۸۸	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	$\left. \begin{aligned} (3x^2 + 2) \leq f(x) \leq (1 + \cos x) \\ \lim_{x \rightarrow 0} (3x^2 + 2) = 2 \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) = 2 \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{2} \quad (0/5)$	۱/۲۵
۷	<p>شرط پیوستگی: $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = g(2) \quad (0/25)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3 + ax^2) = 4a + 3 \quad (0/25)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (b[x] - 1) = b[2^-] - 1 = b - 1 \quad (0/25) \Rightarrow a = 1, b = 8$ (0/25) (0/25)</p> <p>$g(2) = 7 \quad (0/25)$</p>	۱/۵
۸	$x^2 - 9x \geq 0 \quad (0/25) \Rightarrow (-\infty, 0] \cup [9, +\infty) \quad (0/5)$	۰/۷۵
۹	<p>الف) $f'(x) = \frac{\Delta(7 - x^2) - 2x(\Delta x - 1)}{(0/25) \quad (0/25)}$</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{2(x^2 - 7x + 5) - (2x - 7)(2x + 3)}{(x^2 - 7x + 5)^2}$ (0/25)</p> <p>ج) $h'(x) = -3 \sin x \cos^2 x + \frac{3x^2}{2\sqrt{x^2 + 1}}$ (0/25) (0/25) (0/25)</p>	۲/۲۵
۱۰	$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4) - x(1)}{4 - 1} = \frac{7 + 2}{3} = 3 \quad (0/25)$	۱
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

باسمه تعالی

رشته‌ی : علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳ / ۱۰ / ۱۳۸۸	سال سوم آموزش متوسطه
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۹ - ۱۳۸۸

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																					
۱/۵	$f'(x) = 6x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, 1 \quad (./۲۵)$ $f''(x) = 12x - 6 \quad (./۲۵)$ $f''(0) = -6 < 0 \quad (./۲۵) \Rightarrow x = 0$ طول نقطه‌ی ماکسیمم $(./۲۵)$ $f''(1) = 6 > 0 \quad (./۲۵) \Rightarrow x = 1$ طول نقطه‌ی مینیمم $(./۲۵)$	۱۱																					
۱/۲۵	$y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow m = y'(0) = -3 \quad (./۵)$ $y'' = 6x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ عطف $(0, 1) \quad (./۵)$ $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = -3(x - 0) \Rightarrow y = -3x + 1$ $(./۲۵)$	۱۲																					
۱/۵	$y' = -2x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1, y = 4 \quad (./۲۵)$ $x = 0 \Rightarrow y = 3 \quad (./۲۵)$ $y = 0 \Rightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -1, 3 \quad (./۲۵)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>↗</td> <td>↘</td> <td>↗</td> <td>↘</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> <div style="text-align: center;">  <p>$(./۲۵)$</p> </div>	x	$-\infty$	-1	0	1	3	$+\infty$	y'		+	0	+	0	-	y	$-\infty$	↗	↘	↗	↘	$-\infty$	۱۳
x	$-\infty$	-1	0	1	3	$+\infty$																	
y'		+	0	+	0	-																	
y	$-\infty$	↗	↘	↗	↘	$-\infty$																	
۲۰	جمع نمره																						

باسلام و خسته نباشید،

مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.